Un modèle de planification moyen terme de la production d'énergie électrique: Etude des décompositions potentielles, découplage et décentralisation

Philippe Mahey, LIMOS - Université Blaise Pascal - UMR 6158 du CNRS

1 Modélisation et analyse des couplages

Nous analysons les principaux éléments du modèle de la planification à moyen terme de la production d'énergie électrique que nous éclairons à la lumière des techniques de décomposition-décentralisation des systèmes complexes ([3]). Le modèle de planification à moyen terme commande le système de production d'énergie sur un horizon de 5 ans qui résulte en un ensemble de décisions hebdomadaires et d'indicateurs sur les coûts marginaux ou valeurs d'usage des différents facteurs de production. Ce modèle a été développé par EDF depuis les années 60 et plusieurs outils d'approximation des choix optimaux ont étmis au point. Les objectifs de ce modèle d'optimisation sont :

- Fixer les dates d'arrêts des tranches nucléaires;
- Définir les volumes de couverture à acquérir;
- Proposer des valeurs d'usage pour la gestion des réserves.

Le caractère prévisionnel de la demande d'une part et des apports hydrauliques d'autre part, font de ce modèle un problème de commande optimale stochastique d'une très grande complexité. Cette complexité est une conséquence de la taille du modèle qui comporte de nombreuses variables, continues, discrètes, déterministes et aléatoires, mais pas seulement, car le modèle contient également des aspects non linéaires et des contraintes disjonctives qui rendent son traitement numérique extrèmement ardu. Notre objectif dans ce rapport n'est pas de proposer une technique de résolution du problème global, mais plutôt d'analyser les structures sous-jacentes susceptibles de faciliter une approche par décomposition-coordination. Il ne s'agit donc pas de simplement découpler les difficultés pour optimiser séparément des sous-problèmes locaux, mais de hiérarchiser les calculs de façon coordonnée tout en augmentant l'autonomie décisionnelle des sous-systèmes dans un processus itératif de coopération décentralisée.

Le problème de planification à moyen terme apparait tout d'abord comme un problème d'optimisation dans lequel on optimise les coûts de production tout en satisfaisant la demande prévisionnelle sur l'horizon moyen terme. Plusieurs moyens de production sont considérés :

- Production hydraulique, agrégeant le potentiel de production des différents barrages;

- Production thermo-nucléaire, regroupant les sites de centrales nucléaires;
- Production du thermique à flammes, regroupant les centrales thermiques;
- Production EJP, ou effacements jours de pointe
- Défaillance, ou interruption de production en cas de panne ou sur-consommation exceptionnelle.

Comme nous le verrons par la suite, ce premier découpage induit des sous-problèmes de production couplés par les équations de satisfaction de la demande. Néanmoins, il existe dans ce modèle plusieurs autres types de découplage que nous analyserons séparément. Nous aborderons successivement :

- Découplage temporel;
- Découplage décisionnel;
- Découplage des sous-réseaux;
- Découplage des scénarios;
- Découplage économique.

Par découplage temporel, on entend ici le souci de nous ramener à des sous-problèmes d'optimisation statiques pour chaque période, traités séquentiellement. Par découplage décisionnel, on implique une hiérarchisation des prises de décision; par exemple, cela peut résulter dans le choix préalable d'un ordonnancement des arrêts du nucléaire avant d'optimiser la production du parc thermique. Le découplage géographique en sous-réseaux régionaux permet de réduire la taille des problèmes considérés. Quand la modélisation des aléas passe par la caractérisation de scenarios, on cherchera à les traiter séparément tout en approchant la solution du problème d'optimisation stochastique qui est sensé anticiper chacune des réalisations de ces évènements. Enfin, les différents acteurs économiques présents dans le marché de l'énergie peuvent être momentanément découplés tout en réduisant les risques associés aux décisions de l'entreprise.

Nous allons rappeler les divers éléments du modèle global avant d'étudier les différents découplages potentiels évoqués ci-dessus et de proposer des techniques de décomposition adaptées. Puis nous présenterons une technique particulière de décomposition qui semble bien adaptée ce type de modèle, la méthode de *Décomposition Mixte*.

2 Décomposition mixte et décentralisation

La méthode de décomposition mixte que nous présentons ici est due à P. Mahey [2] et rattachée aux méthodes dites de Prédiction des Interactions (cf. Takahara [4] ou Cohen [1]). Elle est caractérisée par la présence d'allocations primales et duales dans chaque sous-problème. Plus exactement, chaque contrainte couplante est associée à une allocation primale dans un et un seul sous-problème (on dira par la suite que ce sous-système coordonne cette contrainte), et est dualisée dans tous les autres sous-problèmes.

Prenons un problème séparable (PS)

$$f^* = \min_x \{\sum_{j=1}^{p} f_j(x_j) \mid \sum_{j=1}^{p}(A_j x_j - a_j) = 0;\ x_j \in S_j, j = 1, \ldots, p\} \tag{1}$$

où chaque f_j est convexe propre sur S_j convexe compact de $I\!R^{n_j}$, A_j sont des matrices $(m \times n_j)$ telles que la matrice de blocs $[A_1 \cdots A_p]$ soit de rang m; les a_j sont des vecteurs donnés de $I\!R^m$.

et supposons donnée une partition des contraintes couplantes en p sous-ensembles. La partition des indices $(1, \ldots, p)$ correspondants sera notée $(H_1, \ldots, H_p)$. On notera A_{ij} (resp. a_{ij}) le bloc i de la matrice A_j (resp. du vecteur a_j) correspondant aux indices contenus dans H_i (H_i peut être vide). On observera que les multiplicateurs (variables duales) associés aux contraintes couplantes seront également partitionnés en p blocs $(u_1, \ldots, u_p)$, où u_i est le sous-vecteur des multiplicateurs associés aux contraintes $\sum_{j=1}^{p}(A_{ij}x_j - a_{ij}) = 0$.

On introduit alors des allocations $y_i \in I\!R^{|H_i|}$ de manière à substituer les contraintes de couplage par le système équivalent en x, y :

$$A_{ii}x_i - y_i = \quad a_{ii} \tag{2}$$

$$y_i + \sum_{j \neq i} A_{ij}x_j = \quad \textstyle\sum_{j \neq i} a_{ij} \tag{3}$$

L'idée directrice consiste à maintenir explicitement les contraintes des blocs 'diagonaux' (2) dans les sous-problèmes et de dualiser les contraintes couplantes (3). La fonction duale s'écrit alors :

$$\phi(u_1, \ldots, u_p) = \inf_{x,y}\{\sum_i [f_i(x_i) + u_i(y_i + \sum_{j \neq i}(A_{ij}x_j - a_{ij}))] \mid A_{ii}x_i - y_i = 0, x_i \in S_i, i = 1, \ldots, p\}$$

Observons que ϕ est une fonction concave généralement non différentiable dont le calcul se décompose en p sous-problèmes en (x_i, y_i).

Sous-problèmes mixtes : le sous-problème associé au bloc i s'écrit :

$$\inf_{x_i, y_i}\{f_i(x_i) + u_i y_i + \sum_{j \neq i} u_j(A_{ji}x_i - a_{ji}) \mid A_{ii}x_i - y_i = 0, x_i \in S_i\}$$

On peut observer que ce sous-problème dépend de tous les multiplicateurs $(u_1, \ldots, u_p)$, ainsi que des blocs $A_{ji}, j = 1, \ldots, p$ constituant la matrice A_i.

La motivation principale de la méthode de décomposition mixte dans le cas des programmes linéaires bloc-angulaires est la possibilité de *décentraliser* totalement les sous-problèmes, ce qui n'est pas possible dans le cas de la décomposition par les prix pure (ou par les ressources). On entend ici par décentralisation la complète autonomie des sous-problèmes en particulier dans la reconnaisance de l'optimalité de leur solution. Schématiquement, on peut analyser le choix des allocations sous l'angle de la dégénérescence des bases optimales. Dans le cas où toutes les contraintes sont relaxées, la solution primale de certains sous-problèmes n'est pas unique (dégénérescence duale), alors que, dans le cas où chaque contrainte est fixée dans chaque sous-problème, la solution duale (qui devrait être identique pour tous) n'est pas unique (dégérescence primale). Dans le cas mixte, le nombre de contraintes fixées dans les sous-problèmes coincide avec le nombre de contraintes couplantes et on peut montrer qu'il existe une partition des contraintes (celle-là même qui conduit à la convergence du schéma de point fixe) conduisant à une solution de base non dégénérée.

La méthode de décomposition mixte n'a à notre connaissance jamais été utilisée pour décomposer des probèmes non convexes.

References

[1] G. Cohen, Auxiliary problem and decomposition of optimization problems, *J. Optimization Theory and Appl.* 32 (1980), pp. 277–305

[2] P. Mahey, Méthodes de décomposition et décentralisation en programmation linéaire, RAIRO-Recherche Oprationnelle, 20, 4, 1986, pp.287-306

[3] P. Mahey, Decomposition methods in mathematical programming, in Handbook of Applied Optimization, P. Pardalos, M.G. Resende eds., Oxford University Press, 2002

[4] Y. Takahara, Multilevel approach to dynamic optimization, Report SRC 50C-64-18, System Research Center, Case Western Reserve University, Cleveland, 1964